201-NYB CALCUL INTÉGRAL AUTOMNE 2011

Mini-Test 1

Nom : ____

1. (*4 points*) Calculer $\frac{dv}{dt}$ si $v^3 - t^3 = 3v^2t^2$. (Derivation Implicite)

$$\frac{d}{dt}(v^3 - t^3) = \frac{d}{dt}(3v^2t^2)$$

$$\Rightarrow 3v^2\frac{dv}{dt} - 3t^2 = 6vt^2\frac{dv}{dt} + 6v^2t$$

$$\Rightarrow (3v^2 - 6vt^2)\frac{dv}{dt} = 6v^2t + 3t^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} = \frac{2v^2t + t^2}{v^2 - 2vt^2}}$$

V F F F V V

2. (*6 points*) Dites si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

(a) Soit f une fonction continue sur $[2,8]$ telle que $f(2) = 8$ et $f(8) = -1$ alors il existe au moins un $c \in]2,8[$ tel que $f(c) = 0$. VRAIE

(b) Si une plusieurs conditions du théorème de Rolle ne sont pas vérifiées sur un intervalle $[a,b]$, alors il n'existe aucun $c \in]a,b[$ tel que $f'(x) = 0$. FAUSSE

(c) Le théorème de Rolle est une généralisation du théorème de Lagrange. FAUSSE

(d) Soit f une fonction continue sur $[2,8]$ telle que $f(2) = 8$, si $f'(3) = f'(4) = f'(5) = f'(6) = 0$, alors nécessairement $f(x) = 8$ pour tout $x \in [2,8]$. FAUSSE

(e) Soit f une fonction continue sur $[2,8]$ telle que $f(2) = 8$, si $f'(x) = 0$, pour tout $x \in]2,8[$ alors nécessairement $f(x) = 8$ pour tout $x \in [2,8]$. VRAIE

(f) Le théorème de Rolle est un cas particulier du théorème de Lagrange.

VRAIE

3. (*5 points*) Évaluer la limite $\lim_{\theta \to 0} \dfrac{1-\cos 3\theta}{\theta^2}$ $= \dfrac{1-1}{0^2} = \dfrac{0}{0}$ (ind)

$\overset{RH}{=} \lim_{\theta \to 0} \dfrac{\sin 3\theta \cdot 3}{2\theta} = \dfrac{0}{0}$ (ind)

$\overset{RH}{=} \lim_{\theta \to 0} \dfrac{9 \cos 3\theta}{2} = \boxed{\dfrac{9}{2}}$

4. (*5 points*) Calculer l'intégrale $\displaystyle\int \frac{t^2-9}{t+3}dt$ $= \displaystyle\int \frac{(t-3)\cancel{(t+3)}}{\cancel{(t+3)}} dt$

$= \displaystyle\int (t-3)\, dt = \frac{t^2}{2} - 3t + C$