Mini-Test 1

Nom : ____

1. (*4 points*) Calculer $\frac{dv}{dt}$ si $t^3 - v^3 = 3v^2t^2$. (Dérivation Implicite)

$$\frac{d(t^3 - v^3)}{dt} = \frac{d(3v^2t^2)}{dt}$$

$$\Rightarrow 3t^2 - 3v^2\frac{dv}{dt} = 6v^2t + 6vt^2\frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow (6vt^2 + 3v^2)\frac{dv}{dt} = -6v^2t + 3t^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} = \frac{t^2 - 2v^2t}{3vt^2 + v^2}}$$

2. (*6 points*) Dites si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. F V V V F F

(a) Soit f une fonction continue sur $[2, 8]$ telle que $f(2) = 8$, si $f'(3) = f'(4) = f'(5) = f'(6) = 0$, alors nécessairement $f(x) = 8$ pour tout $x \in [2, 8]$. FAUSSE

(b) Soit f une fonction continue sur $[2, 8]$ telle que $f(2) = 8$, si $f'(x) = 0$, pour tout $x \in]2, 8[$ alors nécessairement $f(x) = 8$ pour tout $x \in [2, 8]$. VRAIE

(c) Le théorème de Rolle est un cas particulier du théorème de Lagrange. VRAIE

(d) Soit f une fonction continue sur $[2, 8]$ telle que $f(2) = 8$ et $f(8) = -1$ alors il existe au moins un $c \in]2, 8[$ tel que $f(c) = 0$. VRAIE

(e) Si une plusieurs conditions du théorème de Rolle ne sont pas vérifiées sur un intervalle $[a, b]$, alors il n'existe aucun $c \in]a, b[$ tel que $f'(x) = 0$. FAUSSE

(f) Le théorème de Rolle est une généralisation du théorème de Lagrange. FAUSSE

3. (*5 points*) Évaluer la limite $\lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}} \frac{1+\sin 3\theta}{\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)^2}$ $= \frac{1-1}{0^2} = \frac{0}{0}$ (ind)

$\overset{RH}{=} \lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}} \frac{3\cos 3\theta}{2(\theta - \frac{\pi}{2})} = \frac{3(0)}{2(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2})} = \frac{0}{0}$

$\overset{RH}{=} \lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}} \frac{-9\sin 3\theta}{2} = \boxed{\frac{9}{2}}$

4. (*5 points*) Calculer l'intégrale $\int \frac{t^2-4}{t-2} dt$ $= \int \frac{(\cancel{t-2})(t+2)}{(\cancel{t-2})} dt$

$= \int (t+2)\, dt = \frac{t^2}{2} + 2t + C$